ОТВЕТЫ

Вариант/ задания	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	C1
1	27	21	150	9	4	3	10	$\left[\frac{7}{4};\ 3\right)$
2	19	25	210	64	7	3	12	$\left(\frac{1}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\right]$
3	1440	10	– 67,5	4	1	9,6	2	$(-2;\ 2]\cup\left[\log_2 25;\ 6\right)$
4	15	5	240	- 4	11	4	77	$\left(0;\ \frac{11}{8}\right]$
5	2200	10	15	9	- 1	3	2	$\left(4;\ \sqrt{3}+4\right]$
6	9	3	120	– 9	12	3	60	$\left(-1;\ \log_3 4\right]\cup[4;\ 24)$
7	7	9	45	125	1	5	6	$\left[-\frac{15}{13};\ \frac{7}{2}\right)$
8	6332,5	18,5	210	- 5	2	9,6	73	$\left(-1;\ \sqrt{5}-1\right]$
9	15	6,5	120	8	1	2	25	$(-3;\ 0]\cup\left[\log_3 16;\ 3\right)$
10	21300	6	330	- 11	10	4	7	$\left(-1;\ \frac{20}{7}\right]$

При проверке работы за каждое из заданий **B1-B7** выставляется **1 балл**, если ответ правильный, и **0 баллов**, если ответ неправильный.

За выполнение задания **C1** выставляется **от 0 до 3 баллов** в зависимости от полноты и правильности ответа в соответствии с приведенными ниже критериями.

Максимальное количество баллов: $7\times1+3=10$.

НОРМЫ ВЫСТАВЛЕНИЯ ОЦЕНОК

Баллы	0 - 3	4 - 5	6 - 7	8 - 10
Оценка	**«2»**	**«3»**	**«4»**	**«5»**

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ С1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
3	Обоснованно получен правильный ответ.
2	Для обоих неравенств системы обоснованно получены верные ответы, но не проведено обоснованного сравнения значений конечных точек найденных промежутков или не получено решение системы.
1	Для одного из двух неравенств системы обоснованно получен верный ответ.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ С1

Варианты № 2, 5, 8

№ 2 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} 9^x \le 4\cdot 3^x + 45, \\ \log_2\left(2x^2+3x-2\right) \le 2+\log_2\dfrac{x+2}{2(2x-1)}. \end{cases}$.

Решение:

1) Решим первое неравенство системы: $9^x \le 4\cdot 3^x + 45$, $3^{2x} - 4\cdot 3^x - 45 \le 0$. Пусть $y = 3^x$, тогда неравенство имеет вид $(y-9)(y+5) \le 0$ или $0 < 3^x \le 9$, отсюда $x \le 2$.

2) Решим второе неравенство системы при условии, что $\begin{cases} 2x^2+3x-2>0 \\ \dfrac{x+2}{2x-1}>0, \end{cases}$ или

$\begin{cases} 2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)(x+2)>0 \\ \dfrac{(x+2)}{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}>0, \end{cases}$ т.е. при $x<-2$ и $x>\dfrac{1}{2}$.

$\log_2\left(2x^2+3x-2\right) \le 2+\log_2\dfrac{x+2}{2(2x-1)}$ или $\log_2((2x-1)(x+2)) \le 2+\log_2\dfrac{x+2}{2(2x-1)}$,

отсюда $\log_2|2x-1|+\log_2|x+2| \le 2-\log_2|2x-1|-1+\log_2|x+2|$ или $2\log_2|2x-1|\le 1$,

$\log_2|2x-1| \le \dfrac{1}{2}$, $|2x-1|\le\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}\le 2x-1\le\sqrt{2}$ отсюда $-\sqrt{2}+1\le 2x\le\sqrt{2}+1$

$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}$.

Учитывая область определения, получим $x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right]$

3) Сравним 2 и $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$ или $\frac{3}{2}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$ т.к. $3 > \sqrt{2}$, то решение системы $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right]$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right]$

№ 5 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} 64\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 1 - 63 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x, \\ \log_3\left(x^2 - x - 12\right) \leq 1 + \log_3 \frac{x+3}{x-4}. \end{cases}$

Решение:

1) Решим первое неравенство системы: $64\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 1 - 63 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$,

$64\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 63 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 \geq 0$. Пусть $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, тогда неравенство имеет вид

$64\left(y - \frac{1}{64}\right)(y+1) \geq 0$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \frac{1}{64}$, отсюда $x \leq 6$.

2) Решим второе неравенство системы при условии, что $\begin{cases} x^2 - x - 12 > 0 \\ \frac{x+3}{x-4} > 0, \end{cases}$ или

$\begin{cases} (x-4)(x+3) > 0 \\ \frac{(x+3)}{(x-4)} > 0, \end{cases}$ т.е. при $x < -3$ и $x > 4$.

$\log_3\left(x^2 - x - 12\right) \leq 1 + \log_3 \frac{x+3}{x-4}$ или $\log_3((x-4)(x+3)) \leq 1 + \log_3 \frac{x+3}{x-4}$, отсюда

$\log_3|x-4| + \log_3|x+3| \leq 1 - \log_3|x-4| + \log_3|x+3|$ или $2\log_3|x-4| \leq 1$,

$\log_3|x-4| \leq \frac{1}{2}$, $|x-4| \leq \sqrt{3}$, $-\sqrt{3} \leq x - 4 \leq \sqrt{3}$ отсюда $-\sqrt{3} + 4 \leq x \leq \sqrt{3} + 4$.

Учитывая область определения, получим $x \in \left(4; \sqrt{3} + 4\right]$

3) Учитывая решения первого неравенства, сравним 6 и $\sqrt{3} + 4$ или 2 и $\sqrt{3}$ т.к. $2 > \sqrt{3}$, то решение системы $\left(4; \sqrt{3} + 4\right]$

Ответ: $\left(4; \sqrt{3} + 4\right]$

№ 8 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4^x \le 7\cdot 2^x + 8, \\ \log_5\left(x^2+6x+5\right) \le 1 + \log_5 \dfrac{x+5}{x+1}. \end{cases}$

Решение:

1) Решим первое неравенство системы: $4^x \le 7\cdot 2^x + 8$, $\quad 2^{2x} - 7\cdot 2^x - 8 \le 0$. Пусть $y = 2^x$, тогда неравенство имеет вид $(y-8)(y+1) \le 0$ или $0 < 2^x \le 8$, отсюда $x \le 3$.

2) Решим второе неравенство системы при условии, что $\begin{cases} x^2+6x+5>0 \\ \dfrac{x+5}{x+1} > 0, \end{cases}$ или

$\begin{cases} (x+5)(x+1)>0 \\ \dfrac{x+5}{x+1} > 0, \end{cases}$ т.е. при $x<-5$ и $x>-1$.

$\log_5\left(x^2+6x+5\right) \le 1 + \log_5 \dfrac{x+5}{x+1}$, или $\log_5((x+5)(x+1)) \le 1 + \log_5 \dfrac{x+5}{x+1}$, отсюда

$\log_5|x+1| + \log_5|x+5| \le 1 - \log_5|x+1| + \log_5|x+5|$ или $2\log_5|x+1| \le 1$,

$\log_5|x+1| \le \dfrac{1}{2}$, $|x+1| \le \sqrt{5}$, $-\sqrt{5} \le x+1 \le \sqrt{5}$ отсюда $-\sqrt{5}-1 \le x \le \sqrt{5}-1$.

Учитывая область определения, получим $x \in \left(-1;\ \sqrt{5}-1\right]$

3) Учитывая решения первого неравенства, сравним 3 и $\sqrt{5}-1$ или 4 и $\sqrt{5}$ т.к. $4 > \sqrt{5}$, то решение системы $\left(-1;\ \sqrt{5}-1\right]$

Ответ: $\left(-1;\ \sqrt{5}-1\right]$

Варианты № 3, 6, 9

№ 3 С1. Решите систему неравенство $\begin{cases} 2^x - 7\cdot 2^{\frac{x}{2}} + 10 \ge 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2) + \log_2(x+2) + \log_{\sqrt{2}}(x+2) < 6 \end{cases}$.

Решение:

1) Решим первое неравенство системы: $2^x - 7\cdot 2^{\frac{x}{2}} + 10 \ge 0$. Пусть $y = 2^{\frac{x}{2}}$, тогда неравенство имеет вид $(y-5)(y-2) \ge 0$, отсюда $y \le 2$ и $y \ge 5$.

а) $2^{\frac{x}{2}} \le 2$, отсюда $\dfrac{x}{2} \le 1$ или $x \le 2$.

б) $2^{\frac{x}{2}} \geq 5$, отсюда $\frac{x}{2} \geq \log_2 5$ или $x \geq 2\log_2 5 = \log_2 25$.

2) Решим второе неравенство системы $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)+\log_2(x+2)+\log_{\sqrt{2}}(x+2)<6$,

$-\log_2(x+2)+\log_2(x+2)+2\log_2(x+2)<6$, $\log_2(x+2)<3$. Отсюда

$\begin{cases} x+2<8, \\ x+2>0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<6, \\ x>-2; \end{cases} \Rightarrow x \in (-2;\ 6)$

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $\log_2 25 < 6$ получим решение системы $(-2;\ 2] \cup \left[\log_2 25;\ 6\right)$.

Ответ: $(-2;\ 2] \cup \left[\log_2 25;\ 6\right)$

№ 6 С1. Решите систему неравенство $\begin{cases} 3^x - 11\cdot 3^{\frac{x}{2}} + 18 \geq 0 \\ \log_{\frac{1}{5}}(x+1)+\log_5(x+1)+\log_{\sqrt{5}}(x+1)<4 \end{cases}$.

Решение:

2) Решим первое неравенство системы: $3^x - 11\cdot 3^{\frac{x}{2}} + 18 \geq 0$. Пусть $y = 3^{\frac{x}{2}}$, тогда неравенство имеет вид $(y-9)(y-2) \geq 0$, отсюда $y \leq 2$ и $y \geq 9$.

а) $3^{\frac{x}{2}} \leq 2$, отсюда $\frac{x}{2} \leq \log_3 2$ или $x \leq \log_3 4$.

б) $3^{\frac{x}{2}} \geq 9$, отсюда $\frac{x}{2} \geq 2$ или $x \geq 4$.

2) Решим второе неравенство системы $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)+\log_5(x+1)+\log_{\sqrt{5}}(x+1)<4$,

$-\log_5(x+1)+\log_5(x+1)+2\log_5(x+1)<4$, $\log_5(x+1)<2$. Отсюда

$\begin{cases} x+1<25, \\ x+1>0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<24, \\ x>-1; \end{cases} \Rightarrow x \in (-1;\ 24)$

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $-1 < \log_3 4 < 4$ получим решение системы $\left(-1;\ \log_3 4\right] \cup [4;\ 24)$.

Ответ: $\left(-1;\ \log_3 4\right] \cup [4;\ 24)$.

№ 9 С1. Решите систему неравенство $\begin{cases} 3^x - 5\cdot 3^{\frac{x}{2}} + 4 \ge 0 \\ \log_{\frac{1}{6}}(x+3) + \log_6(x+3) + \log_{\sqrt{6}}(x+3) < 2 \end{cases}$.

Решение:

1). Решим первое неравенство системы: $3^x - 5\cdot 3^{\frac{x}{2}} + 4 \ge 0$. Пусть $y = 3^{\frac{x}{2}}$, тогда неравенство имеет вид $(y-1)(y-4) \ge 0$, отсюда $y \le 1$ и $y \ge 4$.

а) $3^{\frac{x}{2}} \le 1$, отсюда $\frac{x}{2} \le 0$ или $x \le 0$.

б) $3^{\frac{x}{2}} \ge 4$, отсюда $\frac{x}{2} \ge \log_3 4$ или $x \ge \log_3 16$.

2) Решим второе неравенство системы $\log_{\frac{1}{6}}(x+3) + \log_6(x+3) + \log_{\sqrt{6}}(x+3) < 2$,

$-\log_6(x+3) + \log_6(x+3) + 2\log_6(x+3) < 2$, $\quad \log_6(x+3) < 1$. Отсюда

$\begin{cases} x+3<6, \\ x+3>0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<3, \\ x>-3; \end{cases} \Rightarrow x \in (-3;\ 3)$

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $0 < \log_3 16 < 3$ получим решение системы $(-3;\ 0] \cup [\log_3 16;\ 3)$.

Ответ: $(-3;\ 0] \cup [\log_3 16;\ 3)$.

Варианты № 4, 7, 10, 1

№ 4 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_3^2(3-2x) + \log_3(3-2x) - 2 < 0 \\ \dfrac{4^{x+1}}{8^{x-1}} \ge \left(\dfrac{1}{2}\right)^{6-7x} \end{cases}$.

<u>Решение</u>: 1) Решим первое неравенство системы $\log_3^2(3-2x) + \log_3(3-2x) - 2 < 0$.

Пусть $\log_3(3-2x) = y$, тогда имеем $y^2 + y - 2 < 0$ или $(y+2)(y-1) < 0$, отсюда $-2 < y < 1$.

Учитывая произведенную замену, получим:

$-2 < \log_3(3-2x) < 1$, $\log_3\frac{1}{9} < \log_3(3-2x) < \log_3 3$, $\quad \frac{1}{9} < 3-2x < 3$, $\quad 0 < x < \frac{13}{9}$;

2) Решим второе неравенство системы $\dfrac{2^{2(x+1)}}{2^{3(x-1)}} \ge 2^{-6+7x}$,

$2^{2x+2-3x+3} \ge 2^{-6+7x}$, $-x+5 \ge -6+7x$, $x \le \dfrac{11}{8}$.

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $\dfrac{11}{8} < \dfrac{13}{9}$ т. к.

$\dfrac{11}{8} = 1\dfrac{3}{8} = 1\dfrac{27}{72} < 1\dfrac{32}{72} = 1\dfrac{4}{9} = \dfrac{13}{9}$ получим решение системы $x \in \left(0;\ \dfrac{11}{8}\right]$.

Ответ: $\left(0;\ \dfrac{11}{8}\right]$..

№ 7 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log^2_{\frac{1}{2}}(6x+11) + 3\log_{\frac{1}{2}}(6x+11) - 10 < 0, \\ \dfrac{\left(\frac{1}{9}\right)^{x+5}}{\left(\frac{1}{27}\right)^{2x+7}} \ge 3^{-9x-4}. \end{cases}$.

<u>**Решение**</u>: 1) Решим первое неравенство системы

$\log^2_{\frac{1}{2}}(6x+11) + 3\log_{\frac{1}{2}}(6x+11) - 10 < 0$.

Пусть $\log_{\frac{1}{2}}(6x+11) = y$, тогда имеем $y^2 + 3y - 10 < 0$ или $(y+5)(y-2) < 0$, отсюда $-5 < y < 2$.

Учитывая произведенную замену, получим:

$-5 < \log_{\frac{1}{2}}(6x+11) < 2$, $\log_{\frac{1}{2}} 32 < \log_{\frac{1}{2}}(6x+11) < \log_{\frac{1}{2}} 4$, $4 < 6x+11 < 32$,

$-\dfrac{7}{6} < x < \dfrac{7}{2}$.

2) Решим второе неравенство системы $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+5)}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{3(2x+7)}} \ge \left(\dfrac{1}{3}\right)^{9x+4}$,

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x+10-6x-21} \ge \left(\dfrac{1}{3}\right)^{9x+4}$, $-4x-11 \le 9x+4$, $x \ge -\dfrac{15}{13}$.

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $-\dfrac{7}{6} < -\dfrac{15}{13}$ т. к.

$-\dfrac{7}{6} = -1\dfrac{1}{6} = -1\dfrac{13}{78} < -1\dfrac{12}{78} = -1\dfrac{2}{13} = -\dfrac{15}{13}$ получим решение системы $x \in \left[-\dfrac{15}{13};\ \dfrac{7}{2}\right)$.

Ответ: $\left[-\dfrac{15}{13};\ \dfrac{7}{2}\right)$.

№ 10 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_2^2(3-x)+\log_2(3-x)-6<0 \\ \dfrac{9^{x+2}}{27^{x-3}} \ge \left(\dfrac{1}{3}\right)^{7-6x} \end{cases}$.

<u>Решение</u>: 1) Решим первое неравенство системы $\log_2^2(3-x)+\log_2(3-x)-6<0$.

Пусть $\log_2(3-x)=y$, тогда имеем $y^2+y-6<0$ или $(y+3)(y-2)<0$, отсюда $-3<y<2$.

Учитывая произведенную замену, получим:

$-3<\log_2(3-x)<2$, $\log_2\dfrac{1}{8}<\log_2(3-x)<\log_2 4$, $\dfrac{1}{8}<3-x<4$, $-1<x<\dfrac{23}{8}$;

2) Решим второе неравенство системы $\dfrac{3^{2(x+2)}}{3^{3(x-3)}} \ge 3^{-7+6x}$,

$3^{2x+4-3x+9} \ge 2^{-7+6x}$, $-x+13\ge -7+6x$, $x\le\dfrac{20}{7}$.

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $\dfrac{20}{7}<\dfrac{23}{8}$ т. к. $\dfrac{20}{7}=2\dfrac{6}{7}=2\dfrac{48}{56}<2\dfrac{49}{56}=2\dfrac{7}{8}=\dfrac{23}{8}$ получим решение системы $x\in\left(-1;\ \dfrac{20}{7}\right]$.

Ответ: $\left(-1;\ \dfrac{20}{7}\right]$..

№ 1 С1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_2^2(3x-5)+2\log_2(3x-5)-8<0 \\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^{x-4}}{\left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}} \ge 2^{21-3x} \end{cases}$.

<u>Решение</u>: 1) Решим первое неравенство системы $\log_2^2(3x-5)+2\log_2(3x-5)-8<0$.

Пусть $\log_2(3x-5)=y$, тогда имеем $y^2+2y-8<0$ или $(y+4)(y-2)<0$, отсюда $-4<y<2$.

Учитывая произведенную замену, получим:

$-4<\log_2(3x-5)<2$, $\log_2\dfrac{1}{16}<\log_2(3x-5)<\log_2 4$, $\dfrac{1}{16}<3x-5<4$, $\dfrac{27}{16}<x<3$;

2) Решим второе неравенство системы $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{2(x-4)}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3(x+2)}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-21+3x}$,

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-8-3x-6} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-21+3x}$, $-x-14 \leq -21+3x$, $x \geq \frac{7}{4}$.

3) Учитывая решения первого неравенства, и что $\frac{27}{16} < \frac{7}{4}$ т. к. $\frac{27}{16} = 1\frac{11}{16} < 1\frac{12}{16} = 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ получим решение системы $x \in \left[\frac{7}{4};\ 3\right)$.

Ответ: $\left[\frac{7}{4};\ 3\right)$.